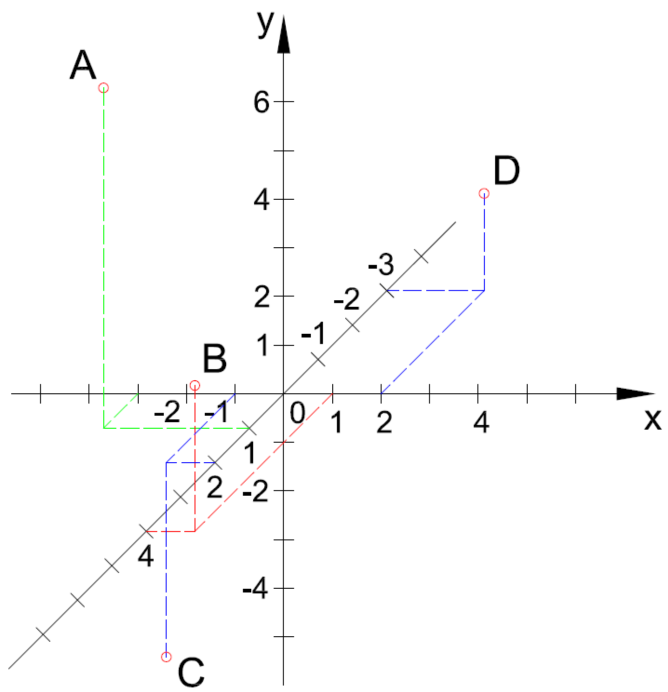
Pasirinkti ir pavaizduoti 4 erdvinius taškus, apskaičiuoti gretasienio tūrį, trikampės piramidės tūrį, pasirinkto trikampio plotą ir vieno trikampio kampus.

$A(1;\,-3;\,7),\ B(4;\,1;\,3),\ C(2;\,-1;\,-4),\ D(-3;\,2;\,2)$



Nustatome vektorių $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ ir $\overrightarrow{AD}$ koordinates:

$$\overrightarrow{AB} = \{x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A\} = \{4-1; 1-(-3); 3-7\} = \{3; 4; -4\};$$
$$\overrightarrow{AC} = \{x_C - x_A; y_C - y_A; z_C - z_A\} = \{2-1; -1-(-3); -4-7\} = \{1; 2; -11\};$$
$$\overrightarrow{AD} = \{x_D - x_A; y_D - y_A; z_D - z_A\} = \{-3-1; 2-(-3); 2-7\} = \{-4; 5; -5\}.$$

Apskaičiuojame gretasienio sudaryto iš vektorių $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ ir $\overrightarrow{AD}$ tūrį:

$$V_{gretas.} = \left|\left(\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right) \cdot \overrightarrow{AD}\right|$$

$$\left|\left(\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right) \cdot \overrightarrow{AD}\right| = \begin{vmatrix} AB_x & AB_y & AB_z \\ AC_x & AC_y & AC_z \\ AD_x & AD_y & AD_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & -4 \\ 1 & 2 & -11 \\ -4 & 5 & -5 \end{vmatrix} = 3\cdot 2\cdot(-5) + 4\cdot(-11)\cdot(-4) + 1\cdot 5\cdot(-4) - (-4)\cdot 2\cdot(-4) -$$
$$-1\cdot 4\cdot(-5) - 5\cdot(-11)\cdot 3 = -30 + 176 - 20 - 32 + 20 + 165 = 279$$

$V_{gretas.} = |279| = 279$ tūrio vienetų.

Apskaičiuojame trikampės piramidės ABCD tūrį:

$V_{piramid.} = \frac{1}{6} \cdot \left|\left(\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right) \cdot \overrightarrow{AD}\right| = \frac{1}{6} \cdot |279| = 46{,}5$ tūrio vienetų.

Apskaičiuojame trikampio ABC plotą:

$$S_{ABC}=\frac{1}{2}\cdot\left|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\right|$$

$$\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ AB_x & AB_y & AB_z\\ AC_x & AC_y & AC_z\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 3 & 4 & -4\\ 1 & 2 & -11\end{vmatrix}=\vec{i}\cdot(4\cdot(-11)-2\cdot(-4))-\vec{j}\cdot(3\cdot(-11)-1\cdot(-4))+$$

$$+\vec{k}\cdot(3\cdot 2-1\cdot 4)=-36\vec{i}+29\vec{j}+2\vec{k}$$

$$S_{ABC}=\frac{1}{2}\cdot\left|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\right|=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{(-36)^2+29^2+2^2}=\frac{\sqrt{2141}}{2}\text{ ploto vien.}$$

Apskaičiuojame trikampio ABC kampus:

Tiesės AB kanoninė lygtis:

$$\frac{x-x_A}{x_B-x_A}=\frac{y-y_A}{y_B-y_A}=\frac{z-z_A}{z_B-z_A}$$

$$\frac{x-1}{4-1}=\frac{y-(-3)}{1-(-3)}=\frac{z-7}{3-7}$$

$$\frac{x-1}{3}=\frac{y+3}{4}=\frac{z-7}{-4}$$

Tiesės AB krypties vektorius $\vec{s}_{AB}\{3;\ 4;\ -4\}$.

Tiesės AC kanoninė lygtis:

$$\frac{x-x_A}{x_C-x_A}=\frac{y-y_A}{y_C-y_A}=\frac{z-z_A}{z_C-z_A}$$

$$\frac{x-1}{2-1}=\frac{y-(-3)}{-1-(-3)}=\frac{z-7}{-4-7}$$

$$\frac{x-1}{1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z-7}{-11}$$

Tiesės AC krypties vektorius $\vec{s}_{AC}\{1;\ 2;\ -11\}$.

Tiesės BC kanoninė lygtis:

$$\frac{x-x_B}{x_C-x_B}=\frac{y-y_B}{y_C-y_B}=\frac{z-z_B}{z_C-z_B}$$

$$\frac{x-4}{2-4}=\frac{y-1}{-1-1}=\frac{z-3}{-4-3}$$

$$\frac{x-4}{-2}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-3}{-7}$$

Tiesės BC krypties vektorius $\vec{s}_{BC}\{-2;-2;-7\}$.

Kampas tarp kraštinių AB ir AC yra lygus kampui tarp vektorių $\vec{s}_{AB}\{3;4;-4\}$ ir $\vec{s}_{AC}\{1;2;-11\}$:

$$\cos\alpha=\frac{\vec{s}_{AB}\cdot\vec{s}_{AC}}{|\vec{s}_{AB}|\cdot|\vec{s}_{AC}|}=\frac{3\cdot1+4\cdot2+(-4)\cdot(-11)}{\sqrt{3^2+4^2+(-4)^2}\cdot\sqrt{1^2+2^2+(-11)^2}}=\frac{55}{\sqrt{41}\cdot\sqrt{126}}=\frac{55}{\sqrt{5166}}\approx0{,}7652;$$

$\alpha=\arccos(0{,}7652)=40{,}1^0$.

Kampas tarp kraštinių AB ir BC yra lygus kampui tarp vektorių $\vec{s}_{AB}\{3;4;-4\}$ ir $\vec{s}_{BC}\{-2;-2;-7\}$:

$$\cos\beta=\frac{\vec{s}_{AB}\cdot\vec{s}_{BC}}{|\vec{s}_{AB}|\cdot|\vec{s}_{BC}|}=\frac{3\cdot(-2)+4\cdot(-2)+(-4)\cdot(-7)}{\sqrt{3^2+4^2+(-4)^2}\cdot\sqrt{(-2)^2+(-2)^2+(-7)^2}}=\frac{14}{\sqrt{41}\cdot\sqrt{57}}=\frac{14}{\sqrt{2337}}\approx0{,}2896;$$

$\beta=180-\arccos(0{,}2896)=106{,}8^0$.

Kampas tarp kraštinių AC ir BC yra lygus kampui tarp vektorių $\vec{s}_{AC}\{1;2;-11\}$ ir $\vec{s}_{BC}\{-2;-2;-7\}$:

$$\cos\gamma=\frac{\vec{s}_{AC}\cdot\vec{s}_{BC}}{|\vec{s}_{AC}|\cdot|\vec{s}_{BC}|}=\frac{1\cdot(-2)+2\cdot(-2)+(-11)\cdot(-7)}{\sqrt{1^2+2^2+(-11)^2}\cdot\sqrt{(-2)^2+(-2)^2+(-7)^2}}=\frac{71}{\sqrt{126}\cdot\sqrt{57}}=\frac{71}{\sqrt{7182}}\approx0{,}8378;$$

$\gamma=\arccos(0{,}8378)=33{,}1^0$.