1. Duoti du vektoriai $\vec{a}=(-1;2;-1)$ ir $\vec{b}=(1;2;-1)$, apskaičiuokite:

a. $3\vec{a}-2\vec{b}$;
b. $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

a. Apskaičiuojame $3\vec{a}-2\vec{b}$:

$$3\vec{a}-2\vec{b}=(3a_x-2b_x;3a_y-2b_y;3a_z-2b_z)=(3\cdot(-1)-2\cdot1;3\cdot2-2\cdot2;3\cdot(-1)-2\cdot(-1))=(-5;2;-1).$$

b. Apskaičiuojame $\vec{a}\cdot\vec{b}$:

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=a_x\cdot b_x+a_y\cdot b_y+a_z\cdot b_z=-1\cdot1+2\cdot2+(-1)\cdot(-1)=-1+4+1=4.$$

Atsakymas: $3\vec{a}-2\vec{b}=(-5;2;-1)$; $\vec{a}\cdot\vec{b}=4$.

2. Įrodykite, kad vektoriai $\vec{a}$, $\vec{b}$ ir $\vec{c}$ nėra komplanarūs.

$\vec{a}(-1;2;3)$, $\vec{b}(5;6;3)$, $\vec{c}(3;1;-2)$.

Vektoriai $\vec{a},\vec{b}$ ir $\vec{c}$ yra komplanarūs, kai jų mišrioji sandauga yra lygi nuliui: $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}=0$.

Skaičiuoju mišriąją vektorių $\vec{a},\vec{b}$ ir $\vec{c}$ sandaugą:

$$(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}=\begin{vmatrix}a_x & a_y & a_z\\ b_x & b_y & b_z\\ c_x & c_y & c_z\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}-1 & 2 & 3\\ 5 & 6 & 3\\ 3 & 1 & -2\end{vmatrix}=-1\cdot6\cdot(-2)+2\cdot3\cdot3+5\cdot1\cdot3-3\cdot6\cdot3-5\cdot2\cdot(-2)-1\cdot3\cdot(-1)=14.$$

Kadangi gavome, kad $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}=14\neq0$, tai vektoriai $\vec{a},\vec{b}$ ir $\vec{c}$ nėra komplanarūs.